



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

Ejercicio 1:

Escribir las gramáticas que generan los lenguajes siguientes y decir que tipo de gramáticas son:

a)  $L_1 = \{ a^m b^n c^k / m = n + k \}$

b)  $L_2 = \{ xcx^{-1} / x \in \{a, b\}^* \}$

25 minutos

a)  $L_1 = \{ a^m b^n c^k / m = n + k \}$

$$G = ( \Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{S, A\}, P )$$

$$P = \left| \begin{array}{l} S ::= aSc \\ A ::= aAb \end{array} \right| \lambda$$

b)  $L_2 = \{ xcx^{-1} / x \in \{a, b\}^* \}$

$$G_2 = ( \Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{SS, S\}, P )$$

$$P = \left| \begin{array}{l} S ::= c | aSa | bSb \end{array} \right|$$



Apellidos:

SOLUCION

Nombre:

## Ejercicio 2:

Dada la Gramática Lineal Derecha (GLD):

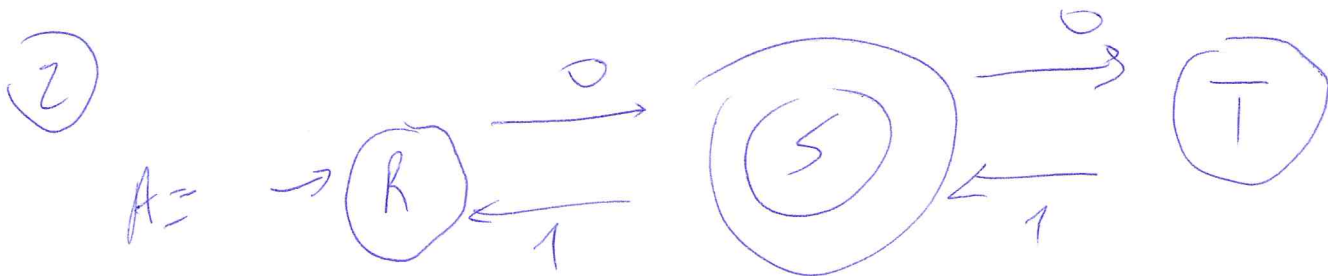
$G = \{ \Sigma_T = \{0, 1\}, \Sigma_N = \{R, S, T\}, R, \mathcal{P} \}$  con las producciones  $\mathcal{P}$ :

$R ::= 0S \mid 0$
$S ::= 0T \mid 1R$
$T ::= 1S \mid 1$

- a) Obtener el lenguaje que genera la gramática  $G$ .
- b) Obtener un Autómata Finito (AF) tal que  $L(AF) = L(G)$

25 minutos

①  $L(G) = 0(01 + 10)^*$





Apellidos:

**SOLUCION**

Nombre:

**Ejercicio 1:**

Sea el Automata a Pila,  $AP = \{ \{ a, b \}, \{ A, A_0 \}, \{ q_0, q_1 \}, q_0, A_0, f, \emptyset \}$  con las 4 transiciones siguientes:

$$1) f(q_0, a, A_0) = (q_0, AA_0)$$

$$2) f(q_0, b, A) = (q_1, A)$$

$$3) f(q_1, b, A) = (q_1, \lambda)$$

$$4) f(q_1, b, A_0) = (q_1, \lambda)$$

- a) ¿Qué lenguaje reconoce por vaciado de pila? (2 puntos)
- b) Utilizando el algoritmo correspondiente obtener una gramática independiente del contexto que genere el mismo lenguaje que reconoce el autómata. Dicha gramática debe estar bien formada (8 puntos).

**25 minutos**

- a) El lenguaje que reconoce por vaciado de pila es:  $LV(AP) = \{ ab^3 \} = \{ abbb \}$

Sólo reconoce la palabra abbb. En efecto:

$$[q_0, abbb, A_0] \vdash [q_0, bbb, AA_0] \vdash [q_1, bb, AA_0] \vdash [q_1, b, A_0] \vdash [q_1, \lambda, \lambda]$$

- b) La gramática que genera este lenguaje, obtenida a partir del autómata de pila es:

$$G = \{ \Sigma_T, \Sigma_N, S, \mathcal{P} \}, \text{ donde } \begin{aligned} \Sigma_T &= \{ a, b \} \\ \Sigma_N &= \{ S \} \cup \{ [q_0 A_0 q_0], [q_0 A q_0], [q_1 A_0 q_0], \\ &\quad [q_1 A q_0], [q_0 A_0 q_1], [q_0 A q_1], [q_1 A_0 q_1], [q_1 A q_1] \} \\ S &= \text{Axioma} \\ \mathcal{P} &= \text{Producciones} \end{aligned}$$

Las producciones  $\mathcal{P}$  se obtienen aplicando el algoritmo correspondiente:

$$1) S ::= \underset{A}{[q_0 A_0 q_0]} \mid \underset{B}{[q_0 A_0 q_1]}$$

$$2) \text{ el algoritmo explicado en clase dice que por cada transición en el autómata de la forma } f(q, a, A) = (q_1, B_1 B_2 \dots B_m) \quad m > 0 \quad a \in \Sigma_T \cup \{ \lambda \}$$

en la gramática se ponen las producciones:

$$[q A q_{m+1}] = a [q_1 B_1 q_2] [q_2 B_2 q_3] [q_3 B_3 q_4] \dots [q_m B_m q_{m+1}] \quad \forall q_1, q_2, \dots, q_{m+1} \in Q$$

MOVIMIENTO ①  $f(q_0, a, A_0) = (q_0, AAA)$  origina las 8 producciones siguientes:

$$\underset{A}{[q_0 A_0 q_0]} ::= a \underset{C}{[q_0 A q_0]} \underset{A}{[q_0 A_0 q_0]} \mid a \underset{D}{[q_0 A q_1]} \underset{G}{[q_1 A_0 q_0]}$$

$$\underset{B}{[q_0 A_0 q_1]} ::= a \underset{C}{[q_0 A q_0]} \underset{B}{[q_0 A_0 q_1]} \mid a \underset{D}{[q_0 A q_1]} \underset{F}{[q_1 A_0 q_1]}$$

MOVIMIENTO ②  $f(q_0, b, A) = (q_1, A)$  se crean las producciones:

$$\begin{array}{ccc} [q_0 A q_0] & ::= & b [q_1 A q_0] \\ C & & H \\ [q_0 A q_1] & ::= & b [q_1 A q_1] \\ D & & E \end{array}$$

3) según el algoritmo, por cada transición de la forma  $f(q, a, A) = (q_i, \lambda)$ ,  $\forall q_i \in Q$ ,  $a \in \Sigma_T \cup \{\lambda\}$  se añade la producción:  $[q A q_i] ::= b$

MOVIMIENTO ③  $f(q_1, b, A) = (q_1, \lambda)$  origina la producción:

$$[q_1 A q_1] ::= b$$

E

MOVIMIENTO ④  $f(q_1, b, A_0) = (q_1, \lambda)$  origina la producción:

$$[q_1 A_0 q_1] ::= b$$

F

Tras redenominar los símbolos no-terminales la gramática queda:

$$\begin{array}{l} S ::= A \mid B \\ A ::= aCA \mid aDG \\ B ::= aCB \mid aDF \\ C ::= bH \\ D ::= bE \\ E ::= b \\ F ::= b \end{array}$$

#### DEPURACIÓN DE LA GRAMÁTICA:

Se eliminan las producciones que contengan los símbolos inaccesibles (G y H):

$$\begin{array}{l} A ::= aDG \\ C ::= bH \end{array}$$

Entonces desaparece C y las reglas que contengan C:

$$\begin{array}{l} A ::= aCA \\ B ::= aCB \end{array}$$

Entonces desaparece A. La gramática queda:

$$\begin{array}{l} S ::= B \\ B ::= aDF \\ D ::= bE \\ E ::= b \\ F ::= b \end{array}$$

Eliminando la primera producción, que es una regla de redenominación, queda:

$$\begin{array}{l} S ::= aDF \\ D ::= bE \\ E ::= b \\ F ::= b \end{array}$$

y si sustituimos E y F en S y D:

$$\begin{array}{l} S ::= aDb \\ D ::= bb \end{array}$$

que efectivamente generan el lenguaje cuya única palabra es  $abbb = ab^3$ .



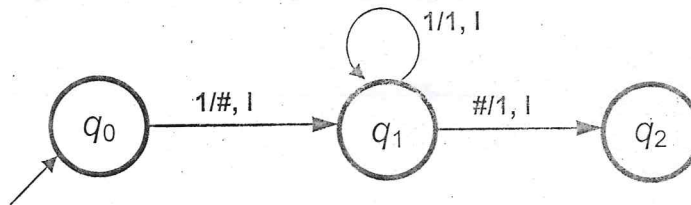
Apellidos:

SOLUCION

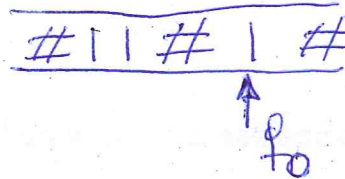
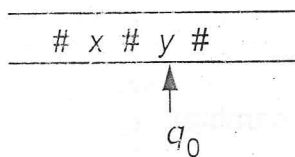
Nombre:

### Ejercicio 2:

Sea la Máquina de Turing M definida según el siguiente grafo:



Y cuya configuración inicial es la siguiente:



Donde x e y son dos números enteros positivos codificados en unario. M inicialmente está en el estado  $q_0$  leyendo el último 1 de y.

1. Escribir (y describir brevemente) el contenido inicial de la cinta de una Máquina de Turing Universal (MTU) cuando simula a la máquina M y ésta recibe como entrada la del apartado a). (2.5 puntos)

Utilicen la siguiente codificación binaria:

$$q_0 \equiv 00; q_1 \equiv 01; q_2 \equiv 10$$

Desplazamiento a la izqda. I  $\equiv$  1; Desplazamiento a la dcha. D  $\equiv$  0

2. Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo localizador cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a). (2.5 puntos)
3. Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de la ejecución del módulo transcriptor cuando la MTU está simulando el primer movimiento de M con la entrada del apartado a). (2.5 puntos)
4. Escribir (y describir brevemente) el contenido de la cinta de la MTU después de simular el primer movimiento que realiza la máquina M con la entrada del apartado a). (2.5 puntos)

NOTA: Todos los apartados se responderán en la carilla de atrás.

30 minutos



